Rozważmy dowolne $\varepsilon > 0$. Na mocy założenia istnieje $N \in \mathbb{N}$, że dla $n > N$ zachodzi nierówność $\left|\frac{a_n}{n}\right| < \varepsilon$. Oznaczmy $K = \max\{a_1, a_2, \ldots, a_N\}$ oraz $M = \max\left\{N, \frac{|K|}{\varepsilon}\right\}$. Zauważmy, że dla dowolnego $n > M$ mamy

$$\begin{aligned}\left|\frac{\max\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}}{n}\right| &= \left|\frac{\max\{K, a_{N+1}, a_{N+2}, \ldots, a_n\}}{n}\right| \\ &\leqslant \frac{\max\left\{|K|, |a_{N+1}|, |a_{N+2}|, \ldots, |a_n|\right\}}{n} \\ &\leqslant \frac{\max\left\{|K|, (N+1)\varepsilon, (N+2)\varepsilon, \ldots, n\varepsilon\right\}}{n} \\ &= \max\left\{\frac{|K|}{n}, \frac{(N+1)\varepsilon}{n}, \frac{(N+2)\varepsilon}{n}, \ldots, \frac{n\varepsilon}{n}\right\} \\ &= \max\left\{\frac{|K|}{n}, \varepsilon\right\}.\end{aligned}$$

Mamy jednak $\frac{|K|}{n} < \frac{|K|}{M} \leqslant \frac{|K|}{\frac{|K|}{\varepsilon}} = \varepsilon$, więc

$$\left|\frac{\max\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}}{n}\right| < \varepsilon,$$

więc teza wynika z definicji granicy.