Pokażemy indukcyjnie, że $n^2 \leqslant 2n!$ dla wszystkich $n \geqslant 1$. Baza indukcji dla $n = 1, 2$ zachodzi, gdyż $1^2 = 1 \leqslant 2 = 2 \cdot 1!$ oraz $2^2 = 4 \leqslant 4 = 2 \cdot 2!$. Przypuśćmy teraz, że dla pewnego $n \geqslant 2$ zachodzi nierówność $n^2 \leqslant 2n!$. Zauważmy, że wówczas $n(n-2) \geqslant 0$, więc $n^2 \geqslant 2n \geqslant n+1$. Wobec tego

$$(n+1)^2 = (n+1)(n+1) \leqslant n^2(n+1) \leqslant 2n! \cdot (n+1) = 2(n+1)!,$$

co kończy dowód indukcyjny.

Oczywiście dowolny element A jest dodatni, przy czym dla dowolnych $m, n \in \mathbb{N}$

$$\frac{n^2+m^2}{n!+m!} \leqslant \frac{2n!+2m!}{n!+m!} = 2,$$

więc wszystkie elementy A należą do przedziału $(0, 2]$, czyli zbiór ten jest rzeczywiście ograniczony. Pokażemy, że $\inf A = 0$ oraz $\sup A = 2$. W tym celu zauważmy, że gdy $m = n = 2$, to

$$\frac{n^2+m^2}{n!+m!} = \frac{2^2+2^2}{2!+2!} = \frac{8}{4} = 2.$$

Pozostało więc pokazać, że $\inf A = 0$. W tym celu zauważmy, że gdy $m = n \geqslant 3$, to

$$\frac{n^2+m^2}{n!+m!} = \frac{n^2}{n!},$$

przy czym

$$0 < \frac{n^2}{n!} = \frac{1}{(n-3)! \cdot (n-2)} \cdot \frac{n}{n-1} \leqslant \frac{n}{(n-1)(n-2)} = \frac{\frac{1}{n}}{\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)} \to 0$$

na mocy arytmetycznych własności granic, więc na mocy twierdzenia o trzech ciągach $\frac{n^2}{n!} \to 0$. Wobec tego dla każdego $\varepsilon > 0$ istnieją takie $m, n \in \mathbb{N}$, dla których

$$\frac{n^2+m^2}{n!+m!} < \varepsilon,$$

skąd wynika postulowana zależność.